

# 移液管热喷泉物理过程的研究

戴植锐,白翠琴

(复旦大学物理学系,上海 200433)

**摘要:** 装有热水的移液管倒置且尖端朝上时会喷出热水形成喷泉,这是大学物理热学中直观展示气体受热膨胀的一个很好的实验.我们建立了一个傅立叶传热与等压膨胀相结合模型分析其物理过程,并利用 COMSOL 软件搭建模型验证.实验上搭建一个半机械化的实验装置,对热喷泉的动态过程进行拍摄,得出了热喷泉高度与热水温度呈线性关系,实验结果与理论模型相符.

**关键词:** 热喷泉; 高度; 温度; 傅立叶传热

中图分类号: O 4-1 文献标识码: A 文章编号: 1000-0712(2019) 04-0042-03

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.180280

本文所研究的移液管热喷泉现象,是以 V. Meyer, E. Mamaeva (В. Майер, Е. Мамаева) 于 1978 年的一篇文献两个物理魔术 (Два физических фокуса)<sup>[1]</sup> 为背景的,这是一篇科学小文,该文主要介绍了热水装入移液管时的一个有趣的物理现象.将一些热水吸入移液管,然后堵住移液管的顶端口(此时尖端朝下),倒置移液管使之尖端朝上,热水将喷出形成喷泉,该文最后提及了可能影响喷泉高度的部分因素:管内空气和水的比例、热水与管的温度差,但并没有给出定量的实验数据和进一步的讨论结果.

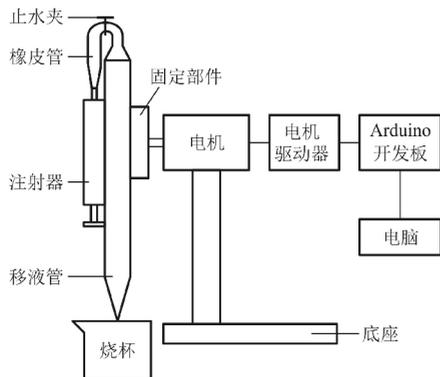


图 1 实验装置示意图

移液管热喷泉实验,主要的难点在于移液管转动过程中转动角度、转动速度等无关变量的控制,以及实验水温的保持;而理论方面的难点主要在于确

定合适的传热模型和气体膨胀做功的模型,从而得到喷泉高度与热水温度、热水体积等参数的关系.本文着重研究了移液管热喷泉现象中喷泉高度与热水温度的关系.

## 1 实验装置

实验装置如图 1 所示.这套装置中,一个注射器和移液管尾端通过橡皮管连接,止水夹模拟手指堵住移液管尾端的动作,拉动注射器可以将热水从烧杯中吸入移液管中,同时借助注射器的刻度可以方便地控制吸入的热水的体积;步进电机由通过 Arduino 控制的电机驱动器驱动,根据需要设置合适的参数即可很好地控制移液管的转速和转动角度;烧杯用泡沫塑料包裹以减小热水在一次实验中吸入移液管前的降温幅度.这样就很好地解决了前面提及的几个实验上的难点,显著地提高了实验的可重复性.

## 2 实验步骤与现象

利用这套装置,本文实验主要的操作步骤是:

- 1) 移液管尖端竖直向下,去除止水夹;
- 2) 尖端浸入热水中,向下拉动注射器推杆吸一定体积的水,夹好止水夹;
- 3) 操作电脑发出转动指令到 Arduino 开发板,最终电机在电机驱动器的控制下带动移液管转动 180°,热水喷出,形成喷泉.

收稿日期: 2018-05-15; 修回日期: 2018-10-30

作者简介: 戴植锐 (1996—) 男,广东汕头人,复旦大学物理学系 2015 级本科生.

通信作者: 白翠琴, E-mail: cqbai@fudan.edu.cn

大学物理

整个过程的实验现象通过固定位置的录像设备记录,使用 Tracker 软件,利用预先设置好的背景参照物进行视频分析以获得热水喷泉的高度、喷出时长.每次实验记录管内热水的残留率,实验室室温为 24~26℃,电机转速为 180°/s.

喷泉的高度因热水的温度、体积、管径等参数而异,喷出的热水随着高度的增加散开,呈不连续状.本文主要研究热水温度对喷泉高度的影响.

### 3 理论分析与实验验证

热喷泉基本的物理原理是热传递,空气膨胀做功,流体连续性.移液管倒转的过程中气液的接触面急剧增大,热传递效率显著提高,空气快速膨胀,为喷泉提供动力.尖端处,考虑流体连续性,管径的减小使得热水的流动速度提高,最终形成喷泉.

热水喷出这一物理现象,由于热水喷出后结构上是不连续的,并不适用伯努利方程.这一现象的核心在于热传递和空气膨胀做功,所以我们可以将其分成两个物理过程分析:热水与空气之间的传热和空气膨胀做功将热水推出.针对这两个物理过程分别建立傅里叶热交换模型和空气等压膨胀模型.

#### 3.1 傅里叶热交换模型

实验时,将移液管反转的过程中,热水沿管内壁流下形成一个热交换面,如图 2 所示.管内空间狭窄,且喷泉的持续时间在 1 s 左右.观察热交换面,热水层厚度小于半径,可以用傅里叶传热的模型<sup>[2]</sup>来简化处理热水与空气之间的热交换过程.据此可得热水与空气之间热交换的微分方程:

$$dQ = ksTdt = C_1 \frac{p_0(V_i - V)}{RT_{10}} M dT_1 = -C_2 \rho_2 \alpha V dT_2 \quad (1)$$

其中  $T = T_2 - T_1$ , 得

$$dT = dT_2 - dT_1 = -\frac{ks(T_2 - T_1)}{C_2 \rho_2 \alpha V} dt - \frac{ks(T_2 - T_1) R T_{10}}{C_1 p_0 (V_i - V) M} dt \quad (2)$$

最终整理得

$$T = T_0 e^{-\delta t} = (T_{20} - T_{10}) e^{-\delta t} \quad (3)$$

其中, 
$$\delta = ks \left( \frac{1}{C_2 \rho_2 \alpha V} + \frac{R T_{10}}{C_1 p_0 (V_i - V) M} \right)$$

上式各符号表示的意义如下:

- $T_1$  空气的温度;  $T_{10}$  空气的初始温度
- $T_2$  热水的温度;  $T_{20}$  热水的初始温度
- $\alpha$  热水在管内的残留率(部分热水会残留在移液管内)

- $V_i$  移液管的容积;  $V$  吸入的热水的体积
- $M$  空气的摩尔质量;  $R$  气体普适常量
- $p_0$  管内空气的压强;  $k$  传热系数
- $C_1$  空气的热容, 1005 J/(kg·K)
- $C_2$  水的热容, 4200 J/(kg·K)
- $T$  空气和热水两相的温差
- $s$  空气与水接触面积(如图 2 所示,为  $a$  乘以移液管主体部分的长度)

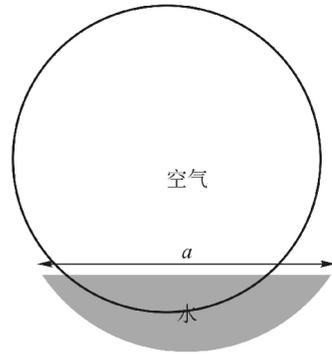


图 2 热水沿管壁流下时的热交换示意图(移液管横截面)

#### 3.2 傅里叶热交换模型计算机模拟验证

为了验证傅里叶热交换模型的可行性,我们利用 COMSOL 软件建立模型<sup>[3]</sup>模拟这其中的物理过程.如图 3 所示,首先建立一个边长为 1 m 的立方体盒子,盒子中充满一个大气压的空气,模拟移液管所处的环境.接下来,在立方体的中心处放置移液管,移液管的参数和材料以及管内水和空气的比例参考实验时的参数.移液管内径 8 mm,外径 10 mm,材料设置为玻璃,移液管内 19.6% 的空间填充热水,剩余部分填充空气,填充后截面如图 2 所示.

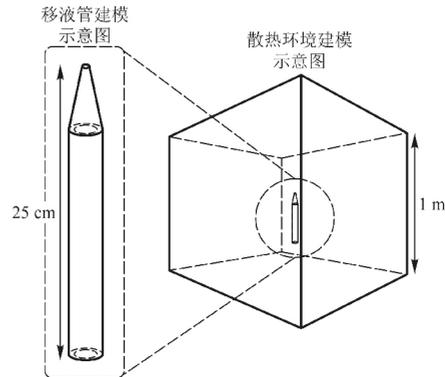


图 3 COMSOL 模型搭建

计算同一个时刻下模拟结果中空气的平均温度和水的平均温度,相减得到的两相温差.如图 4 所示,该温差与时间的关系很好地符合了傅里叶传热



模型公式(3).通过拟合得到传热系数为

$$k \approx 0.08049 \frac{W}{m \cdot K} \quad (4)$$

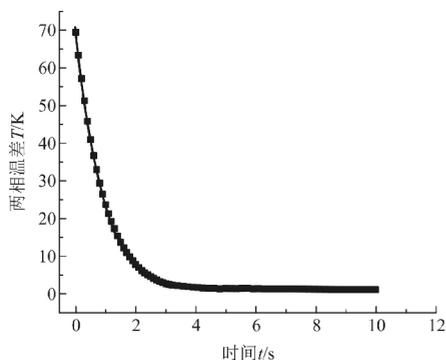


图4 两相温差与时间的关系

### 3.3 空气等压膨胀模型

空气的压强在短时间内(喷泉喷出的时间根据实验结果为  $0.5 \text{ s} \sim 1.5 \text{ s}$ ) 达到可以将水推动的压强.我们可以看成随着气体被推出,近似认为空气的压强恒定,这个压强是喷泉过程中的平均考量.据此可得

$$W = \int p dV = \int n_{\text{air}} R dT_1 = \int \frac{p_0 (V_t - V)}{R T_{10}} R \frac{ksR T_0 T_{10} e^{-\delta t}}{c_1 p_0 (V_t - V) M} dt = \frac{ksR T_0 (1 - e^{-\delta t})}{c_1 M \delta} = \frac{1}{2} \rho_2 (1 - \alpha) V \bar{v}^2 \quad (5)$$

其中  $V$  为热水的体积,此连等式的最后一项为忽略了重力势能的条件下,喷出的水的机械能.所以从小孔喷出的喷泉的平均速度为

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2ksRT_0(1-e^{-\delta t})}{c_1 \rho_2 (1-\alpha) VM\delta}} \quad (6)$$

最后,忽略空气阻力,运用功能定理可得

$$mgH = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \quad (7)$$

喷泉高度为

$$H = \frac{ksR(1-e^{-\delta t})}{g c_1 \rho_2 (1-\alpha) VM\delta} T_0 \quad (8)$$

其中,  $T_0$  为开始时热水和空气的温差(后面简称“温差”).可以发现,  $T_0$  之前的系数是一个可以确定的系数,所以喷泉的高度  $H$  和温差  $T_0$  成线性关系.

## 4 喷泉高度和温差关系的实验验证

为了验证喷泉高度和空气与水的温差之间的线性关系,利用我们搭建的半自动化的实验装置,在相同的室温条件下( $24.5 \text{ }^\circ\text{C}$ ) 进行实验.实验中保证每次吸取水量相同为  $5 \text{ ml}$ ,借助手机拍摄视频以及后期利用 Tracker 进行视频处理,测量出水柱的高度.实验结果如图5所示,当初始温差为  $55 \text{ }^\circ\text{C}$  时,水柱高度低于  $50 \text{ cm}$ ,当初始温度为  $72 \text{ }^\circ\text{C}$  时,水柱高度达到  $150 \text{ cm}$  以上.在初始温差为  $55 \text{ }^\circ\text{C}$  到  $75 \text{ }^\circ\text{C}$  的范围内,喷泉的水柱高度与初始温度呈线性关系.这一实验结果与我们建立的理论公式相符,图中红线为理论拟合结果.

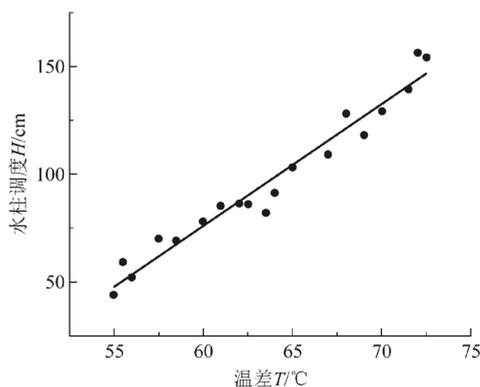


图5 喷泉高度-温差

## 5 结束语

本文对移液管热喷泉现象进行了理论和实验分析,通过简化,对物理过程分析采用了傅立叶传热模型和空气等压膨胀模型;同时利用自己搭建的半机械化的实验装置来提高实验的可重复性;通过 COMSOL 的模拟分析验证了傅立叶传热模型在本实验中的适用性.实验结果表明喷泉高度与热水和空气初始温差呈线性关系.

### 参考文献:

- [1] Майер В, Мамаева Е. Два физических фокуса Квант [J]. 1978(1): 23.
- [2] 秦允豪. 普通物理学教程热学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [3] COMSOL Multiphysics. Available from: <http://cn.comsol.com/>.

(下转 49 页)

- 1153-1166.
- [2] Brunet P , Snoeijer J H. Star-drops formed by periodic excitation and on an air cushion—A short review [J]. European Physical Journal Special Topics , 2011 , 192 ( 1 ) : 207-226.
- [3] H. Lamb , Hydrodynamics , ( Cambridge University Press , Cambridge , England , 1932 ) .
- [4] Adachi K , Takaki R. Vibration of a flattened drop. I — Observation [J]. Journal of the Physical Society of Japan , 2007 , 53 ( 12 ) : 4184-4191.
- [5] Tokugawa N , Takaki R. Mechanism of self-induced vibration of a liquid drop based on the surface tension fluctuation [J]. Phys Soc Jpn , 1993 , 63 ( 5 ) : 1758-1768.
- [6] Burton J C , et al. Geometry of the vapor layer under a leidenfrost drop [J]. Physical Review Letters , 2012 , 109 ( 7 ) : 074301.
- [7] Caswell T A. Dynamics of Vapor Layer Under a Leidenfrost Drop [J]. Physics , 2014 , 90 ( 1 ) : 013014.
- [8] Paul G , Das P K , Manna I. Droplet oscillation and pattern formation during Leidenfrost phenomenon [J]. Experimental Thermal & Fluid Science , 2015 , 60 : 346-353.
- [9] 王列东. 关于 Mathieu 方程周期解的讨论 [J]. 大连大学学报 , 1993 ( 04 ) : 64-7.

## Research on the vibration mode of the Leidenfrost stars

LI Jia-lin<sup>1</sup> ZHU Hao-yu<sup>2</sup> ZHANG Ye<sup>1</sup> LI Jin-hua<sup>1</sup> JIN Guang-yong<sup>1</sup>

( 1. School of Science , Changchun University of Science and Technology , Changchun , Jilin 130022 , China;

2. School of Opto-Electronic Engineering , Changchun University of Science and Technology , Changchun , Jilin 130022 , China)

**Abstract:** Based on perturbation theory , a basic model of self-excited vibration of liquid droplets on a heating plane is established. The conditions under which Leidenfrost stars are produced and the influence of related parameters such as droplet radius and droplet vibration frequency on Leidenfrost stars' vibration modes are studied and the periodic oscillation modes of liquid are simulated by finite element method. The relationship between the number of droplet oscillation modes , oscillation frequency and droplet radius is measured experimentally , which is consistent with the theoretical analysis and simulation results. By studying the droplet vibration mode and self-excited oscillation mechanism , we have a deeper understanding of the complex dynamic process of droplets on the surface of high temperature and have important applications in the fields of metal industry and petroleum industry.

**Key words:** Leidenfrost stars; self-excited oscillation mechanism; vibration mode; finite element simulation

( 上接 38 页)

## Study of the physical process of the pipette hot fountain

DAI Zhi-rui , BAI Cui-qin

( Physics Department , Fudan University , Shanghai 200433 , China)

**Abstract:** A good experiment to show how gas is heated and expand in the hot fountain experiment , in which a fountain is produced by turning a mole tube containing some hot water upside down. Some experiment data can be gotten by analyzing the video which is produced when we are doing the experiment with a set of partly mechanized devices. Also , based on Fourier heat transfer and equal pressure expansion , we build up a model to explain the relation between the height of the fountain and the temperature. And we compare the theoretical results and experiment results.

**Key words:** hot fountain; height; temperature; Fourier heat transfer

大学物理